الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | المقاطعة الثانية لولاية البويرة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي | دورة: ماي 2019

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و 30 د

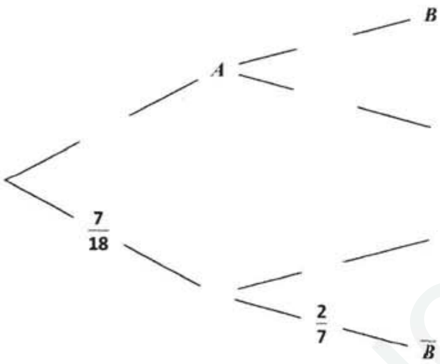
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

إن اختيار اللاعبين للخضوع لفحص المنشطات يتم قبل انطلاق المباريات، حيث تجري قرعة عشوائية بين كل لاعبي الفريق الواحد. أحد الفرق يتكون من 18 لاعبا موزعين حسب الجدول التالي:

	قائمة اللاعبين الأساسيين	قائمة اللاعبين في الاحتياط
قائمة اللاعبين المحليين	7	5
قائمة اللاعبين الأجانب	4	2



نختار لاعبا عشوائيا من هذا الفريق للاختبار.

نسمي الحادثتين: A: "اللاعب المختار أساسي" B: "اللاعب المختار محلي"

(تعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال)

1) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات المثقلة:

2) احسب احتمال أن يكون اللاعب المختار محليا .

3) احسب احتمال أن يكون اللاعب المختار أساسيا وأجنبيا.

4) إذا علمت أن اللاعب المختار من قائمة الاحتياط، ما احتمال أن يكون أجنبيا؟

التمرين الثاني: (4 نقاط) (كل النتائج في هذا التمرين تعطى مقربة إلى 10^{-2}).

يوضح الجدول التالي تطور عدد السياح الوافدين للجزائر خلال السنوات من 2010 (سنة الأساس) إلى سنة 2015

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد الوافدين (بالمليون)	43603	47848	46784	50803	45811	39932
المؤشر y_i	100	110	107	117	105	92

1) مثّل سحابة النقط للسلسلة $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدأه $A(0,90)$.

2) احسب احداثيي النقطة المتوسطة G ثم مثلها في المعلم السابق.

3) أ) أكتب معادلة (D) مستقيم التعديل لـ y بدلالة x باستعمال طريقة المربعات الدنيا.

ب) مثل (D) في المعلم السابق.

4) حسب هذا التعديل كم من المرتقب أن يبلغ عدد السياح سنة 2019؟

التمرين الثالث: (4 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 15$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = (0.9)u_n + 1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n \geq 10$.

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تمامًا .

ج) ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (u_n)؟

2) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 10$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية مُعينا أساسها و حدّها الأوّل .

ب) اكتب v_n بدلالة n. ثم استنتج أنّ : $u_n = 10 + 5(0.9)^n$

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n).

3) يدخر شخص مبلغا أوليا يقدر بـ: 15 مليون دينار. مقبل على مشروع استثمار كالتالي: يأخذ من المدخرات 10% سنويا لاستثمارها في مشاريع مربحة ويضيف إلى مدخراته في نهاية كل سنة مبلغ 1 مليون دينار.

نرمز بـ: u_n للمبلغ المدخر بعد n سنة .

- اشرح لماذا لن يقل المبلغ عن 10 ملايين دينارا.

التمرين الرابع: (8 نقاط) f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1,+\infty[$ بـ: $f(x) = 2x + 1 + \dfrac{1}{(x+1)^2}$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$. فسّر النتيجتين هندسيا.

2) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب للمنحنى (Cf) عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) مع المستقيم (D)

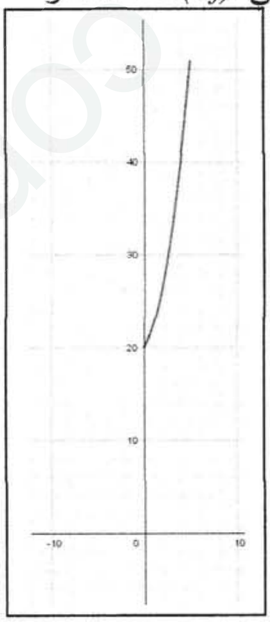
5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 :

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+3x+3)}{(x+1)^3}$$

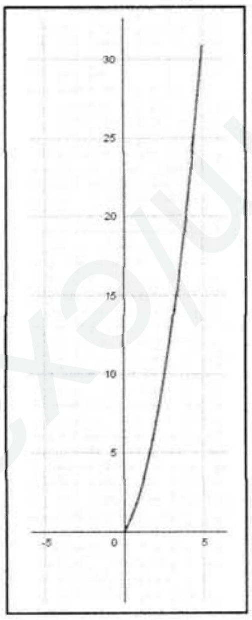
6) أدرس اتجاه تغير الدالة f على مجال تعريفها.

7) ادرس إشارة الدالة f على المجال $[0,5]$

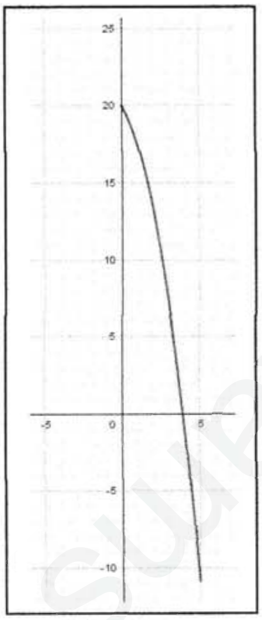
8) في مؤسسة ، بينت دارسة أن الكلفة الهامشية بالدينار بدلالة الكمية q (مع $0 \leq q \leq 5$) من الوحدات المصنوعة هي: $C_m(q) = 2q + 1 + \dfrac{1}{(q+1)^2}$. "نذكّر بأن دالة الكلفة الإجمالية C هي الدالة الأصلية لدالة الكلفة الهامشية C_m "



الشكل - 1



الشكل-2-



الشكل-3-

من بين الأشكال الثلاثة المقترحة تمثيل واحد لا يمكن أن يكون دالة للكلفة الإجمالية C:

أ) عيّن مع التبرير الشكل الذي لا يمكن أن يكون دالة للكلفة الإجمالية C.

ب) حدّد مع التبرير التمثيل البياني لدالة الكلفة الإجمالية للإنتاج $C(q)$ علما أن الكلفة الثابتة تقدر بـ $20DA$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط) "كل القيم في هذا التمرين تعطى بالتقريب إلى 10^{-2}"

الجدول التالي يمثل نسبة تقدم أشغال إحدى الورشات:

الأيام (x_i)	0	30	60	90	120	150	180	210
النسب المئوية y_i (%)	20	42	56.9	69	78.4	83.8	87.9	90.8
$z_i=ln(100-y_i)$								

1) أ) احسب احداثيي النقطة المتوسطة $G(\overline{X},\overline{Y})$.

ب) بين أن المعادلة $y=0.32x+32.13$ هي معادلة لـ: (D) مستقيم التعديل الخطي لـ Y بدلالة X بطريقة المربعات الدنيا.

ج) احسب باستعمال هذا التعديل موعد انتهاء الأشغال (100%) .

2) أكمل السطر الأخير من الجدول.

3) أ) أكتب معادلة لـ : (D') مستقيم التعديل لـ Z بدلالة X باستعمال طريقة المربعات الدنيا.

ب) احسب باستعمال هذا التعديل نسبة تقدم الأشغال بعد 220 يوما من انطلاقها.

4) قارن بين التعديلين السابقين إذا علمت أن الأشغال في الورشة في الواقع بلغت نسبة 93% بعد 220 يوما؟

التمرين الثاني: (4 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث: $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{4u_n}{u_n+1}$.

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $0<u_n<3$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(3-u_n)}{u_n+1}$.

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا.

جـ) ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (u_n)؟

3) المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{3-u_n}{u_n}$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\dfrac{3}{v_n+1}$

ب) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{4}$.

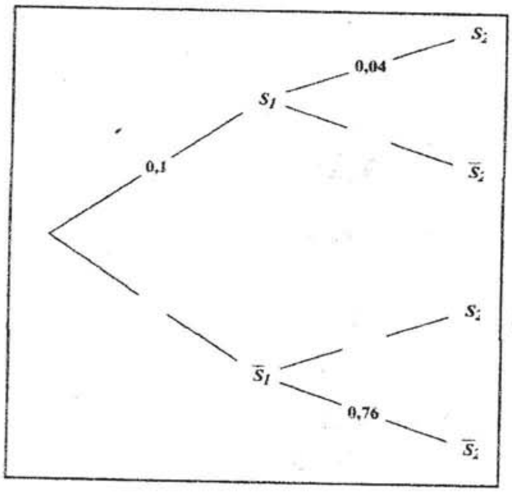
جـ) اكتب v_n بدلالة n.

د) استنتج عبارة u_n بدلالة n.

التمرين الثالث: (4 نقاط) خلال دراسة عمل آلة صرف بنكي، سجّلت الملاحظات التالية:

- تتعطل الآلة مرة واحدة على الأكثر في الشهر الواحد عن العمل.
- احتمال أن تتعطل في الشهر الأول يساوي 0.1
- إذا تعطلت الآلة عن العمل خلال شهر n فإن احتمال أن يصيبها عطل (بعد الصيانه) في الشهر $n+1$ هو 0.04
- إذا لم تتعطل الآلة عن العمل خلال شهر n فإن احتمال أن يصيبها عطل في الشهر $n+1$ هو 0.24

نرمز بـ S_n للحادثة: " الآلة تتعطل خلال الشهر n من بداية الخدمة" ونرمز بـ: P_n لاحتمالها (أي: $P_n=P(S_n)$)



1) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات المثقلة المقابلة.

2) هل الحادثتان S_1 و S_2 مستقلتان؟ برّر.

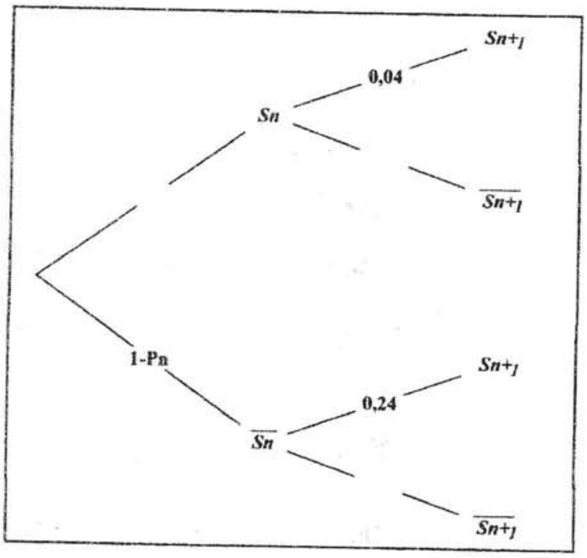
3) تبلغ تكلفة صيانة الآلة 6000 دينارا في كل مرة تتعطل فيها.

- نعرّف المتغير العشوائي X الذي يعبر عن المبلغ الإجمالي لفاتورة صيانة الآلة الممكنة عند استعمالها خلال الشهرين الأوليين.

أ) اشرح لماذا مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0,6000,12000\}$

ب) اكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X.

جـ) احسب الأمل الرياضياتي لقانون احتمال المتغير العشوائي X.



4) أ) عبر عن $P(S_{n+1})$ بدلالة $P(S_n)$ ثم أكمل الشجرة المقابلة :

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $P_{n+1}= 0.24 - 0.2P_n$

جـ) هل المتتالية (P_n) رتيبة؟

التمرين الرابع: (8 نقاط)

I. g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x+x\ln x$.

(Cg) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)

1. عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=3-\frac{1}{x^2}-\frac{2\ln(x)}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم $(O;I,J)$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2) استنتج وجود مستقيمين مقاربين للمنحني (C_f) يطلب تحديد معادلة لكل منهما.

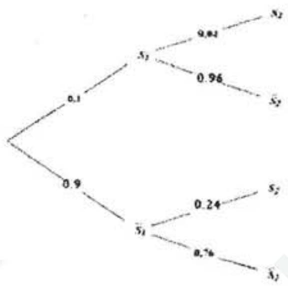
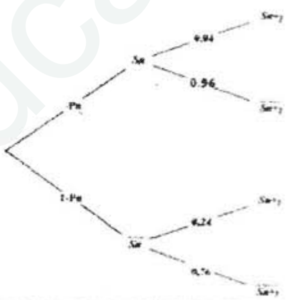
3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x^3}$

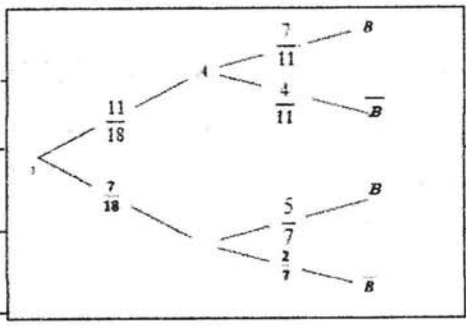
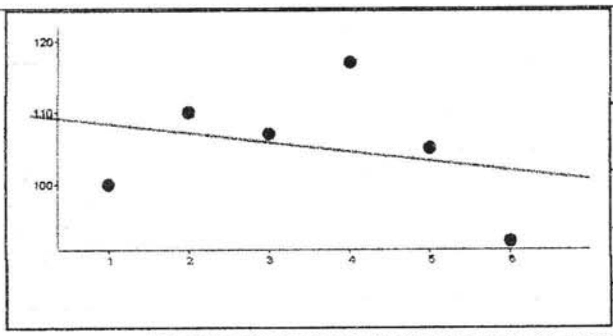
4) استنتج اتجاه تغير الدالة f.

5) عين دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln(x)}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

6) استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

7) احسب $\int_1^e f(x)dx$

الإجابة	العلامة
التمرين الأول:	
1) أ) النقطة المتوسطة: G(105,66.1)	0.5
ب) معادلة مستقيم الانحدار	1
جـ) انتهاء الأشغال قبل 213 يوما	0.5
2) اتمام الجدول: 4.38 ، 4.06 ، 3.76 ، 3.43 ، 3.07 ، 2.79 ، 2.49 ، 2.22	0.5
3) $z = -0.01x+4.37$	1
; $y=100-e^{2.17}=91.24$; $z=2.17$	0.5
4) التعديل الثاني أقرب للواقع	
التمرين الثاني:	
البرهان بالتراجع	0.75
2) أ) إثبات أن : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(3-u_n)}{u_n+1}$	0.5
المتتالية متزايدة+متقاربة	0.25+0.5
إثبات أن $v_n=\dfrac{3-u_n}{u_n}$	0.5
$v_{n+1}=\dfrac{1}{4}v_n$	0.5
$v_n=2(\dfrac{1}{4})^n$ ------ $u_n=\dfrac{3}{2(\frac{1}{4})^n+1}$	0.5+0.5
التمرين الثالث:4ن	
1) الشجرة 	0.5
2) الحادثتان غير مستقلتين لأن $P(S_1)\times P(S_2)\neq P(S_1\cap S_2)$	0.5
3) أ)قيم المتغير العشوائي: تتعطل الآلة إما مرة واحدة او مرتين أولا تتعطل خلال شهررين	0.5
ب) $P(X=6000)=0.312$ ، $P(X=12000)=0.004$ ، $P(X=0)=0.684$	0.75
جـ) الامل: E= 1920	0.5
4) أ) $P(S_{n+1})=0.4P(S_n)+0.24(1-P(S_n))$ 	0.5
ب) $P_{n+1}=0.24-0.2P_n$	0.25
جـ) المتتالية (P_n) ليست رتيبة لأن : -0.2 سالب تماما.	0.5
التمرين الرابع: 8ن	
$\lim\limits_{x\to 0^{>}} g(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	0.25+0.25
$g'(x)=\ln(x)$	0.5
متناقصة تماما على المجال $]0,1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1,+\infty[$ + جدول التغيرات	0.5+0.5
$g(1)=0$ ، g موجبة على المجال $]0,+\infty[$	1+0.5
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ $\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)=-\infty$ + معادلتان للمستقيمين المقاربين: $x=0$ ، $y=3$	0.5+0.5
المشتقة + اتجاه التغير	1+1
دالة أصلية: $x\mapsto\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية: ، $F: x\mapsto 3x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2$ ، $\int_1^e f(x)dx=3e+e^{-1}-5$	0.5+0.5+0.5

	العلامة
التمرين الأول:4ن	
	
1) الشجرة ----------------------	1
2) احتمال أن يكون اللاعب محليا: $\frac{2}{3}$ ----------------------	1
3) احتمال أن يكون اللاعب أساسيا وأجنبيا $\frac{2}{9}$ ----------------------	1
4) احتمال أن يكون اللاعب أجنبيا علما أنه احتياطي $\frac{2}{7}$ ----------------------	1
التمرين الثاني: 4ن	
	
1) تمثيل السلسلة: ----------------------	1
2) النقطة المتوسطة+ التمثيل: G(3.5 ;105.17) ----------------------	0.25+0.25
3) مستقيم الانحدار+التمثيل y = -1.29 x+109.67 ----------------------	0.25+1.25
4) عدد السياح 2019: المؤشر - 96.77 ----------------------	0.5
عدد السياح: 42195 ----------------------	0.5
التمرين الثالث:4ن	
1) ا) البرهان بالتراجع ----------------------	0.75
ب) المتتالية متناقصة ----------------------	0.5
جـ) المتتالية متقاربة ----------------------	0.25
2) ا) (v_n) متتالية هندسية أساسها 0.9 و حدّها الأول5 ----------------------	0.25+0.25
ب) $v_n = 5(0.9)^n$ ----------------------	0.25
	0.25
جـ) $u_n = 10 + 5(0.9)^n$ ----------------------	0.25
3) نمذجة الوضعية ----------------------	0.75
المتتالية متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 10 فالمبلغ لن يقل عن 10 ملايين دينار ----------------------	0.5
التمرين الرابع :8ن	
1) النهايات:	
$\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = +\infty$ ----------------------	0.5+0.5
$x=-1$ معادلة مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل ----------------------	0.5
2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ ----------------------	0.5+0.5
3) المستقيم المقارب: ----------------------	0.5
4) الوضع النسبي : المنحني فوق المستقيم لأن الفرق موجب تماما ----------------------	0.5
5) المشتقة ----------------------	1
6) اتجاه التغير:متزايدة تماما على $]-\infty,-1[$ وعلى $]0,+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $]-1,0[$ ----------------------	1
7) إشارة الدالة: موجبة ----------------------	1
8) أ) الشكل -3- لأن الدالة متناقصة ----------------------	0.5
ب) الشكل -1- ----------------------	1